

Impact of Representing Variable Head Height in Long-Term Hydrothermal Energy Planning

1st Tiago Forti da Silva

Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Estadual Paulista - UNESP
Bauru - SP, Brazil
tiago.forti@unesp.br

2nd Tiago Gomes Cabana

Departamento de Ciências Exatas
Humanas e Sociais
Centro Universitário Unisagrado
Bauru - SP, Brazil
tiago.cabana@unisagrado.edu.br

3rd Leonardo Nepomuceno

Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Estadual Paulista - UNESP
Bauru - SP, Brazil
leonardo.nepomuceno@unesp.br

Abstract—The energy generation in a hydroelectric power plant depends on the net head height of the reservoir, resulting in a non-linear production function. To reduce the computational effort involved, long-term energy planning studies may disregard the variation in net head height, making the model linear. However, this affects the operation of hydroelectric plants, altering the operational policy and economic indicators generated by the planning. To investigate this effect, this study compares long-term energy planning using three different approaches: a model with constant head height and two models that represent the variation in net head height, one linearly and the other non-linearly. A test system with fifteen hydroelectric plants over a five-year planning period with daily discretization is used for comparison of the models. The results demonstrate that representing the net head height in the model leads to a more efficient and reliable operational policy in the long term.

Index Terms—Energy Planning Model; Production Function; Water Net Head; Four-Dimension Modeling.

I. INTRODUÇÃO

Nos sistemas elétricos hidrotérmicos, como o brasileiro, é necessário coordenar a geração de energia diária com o ciclo hidrológico anual, transferindo água do período chuvoso para o seco, de forma a garantir a segurança do fornecimento de energia e minimizar os custos operacionais no médio e longo prazos [1].

O modelo de planejamento energético utilizado no Brasil tem como objetivo minimizar a necessidade de complementação termelétrica no longo prazo, gerando indicadores de volume e custo que servem como parâmetros para os modelos de curto prazo, o que é feito por um conjunto de modelos de otimização para diferentes escalas de tempo [2].

Uma dificuldade desse processo é encontrar uma relação adequada entre a fidelidade da representação dos fenômenos hidráulicos com a obtenção de um custo computacional adequado. Um dos efeitos hidráulicos cuja fidelidade da modelagem deve ser ponderada é a variação da altura de queda líquida dos reservatórios, pois envolve diferentes aspectos não lineares, como a representação das cotas de montante e jusante do reservatório e a influência da altura de queda líquida na função de produção e nos limites de operação das unidades.

No planejamento de longo prazo é usual considerar a altura de queda líquida como constante, o que torna a geração de energia uma função linear da turbinagem, bem como

elimina a necessidade da modelagem das cotas do reservatório e dos limites do par turbina-gerador. Isso reduz o custo computacional do modelo, mas pode resultar em distorções no planejamento, influenciando os indicadores de preço e impactando a eficiência operativa do sistema elétrico, como analisado em [3].

Este trabalho tem como objetivo investigar a influência da altura de queda líquida das usinas hidrelétricas no planejamento energético de longo prazo, comparando o desempenho de três abordagens: Um modelo não-linear utilizado como referência para o planejamento energético e dois modelos lineares: um que representa a altura de queda variável de forma linear e outro que considera altura de queda constante, igual ao valor de queda efetiva da usina.

II. O MODELO DE PLANEJAMENTO ENERGÉTICO NÃO-LINEAR

O problema de planejamento energético busca minimizar a geração termelétrica necessária para atender a demanda prevista ao longo do período de planejamento. Dessa forma, gera-se indicadores de preço e volume que irão coordenar a geração hidrelétrica, transferindo a água do período chuvoso para o seco.

O modelo não-linear de planejamento energético, utilizado como referência de validação neste artigo, utiliza aproximações de segundo grau para os polinômios de cota de montante, cota de jusante, altura de perdas e os limites de turbinagem e geração das unidades. Para a modelagem da função de produção utilizou-se a técnica quadridimensional proposta por [4].

A. Função objetivo

A função objetivo do planejamento energético consiste na minimização da complementação térmica, conforme a Equação (1), onde K representa o conjunto dos períodos de planejamento, A , B e C são os coeficientes de custo quadrático da complementação termelétrica e p_k^t é o montante de energia termelétrica necessária durante o período k .

$$\text{Min} \sum_{k \in K} \delta_k (A(p_k^t)^2 + Bp_k^t + C). \quad (1)$$

B. Função objetivo

O atendimento da demanda é garantido pela Restrição (2), onde o termo p_{rk}^h representa a geração hidrelétrica da usina r no período k e D_k é a demanda total prevista no período k .

$$p_k^t + \sum_{r \in R} p_{rk}^h = D_k, \forall k \in K. \quad (2)$$

A Restrição (3) representa a defluência total u_{rk} como a soma do vertimento s_{rk} com a turbinagem q_{rk} para todas as usinas do conjunto R .

$$u_{rk} = s_{rk} + q_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (3)$$

O balanço hidráulico é feito pela Restrição (4), onde o volume no período k representado por v_{rk} , é calculado a partir do volume no período anterior $v_{r(k-1)}$, a afluência lateral Ψ_{rk} , e as defluências da usina r , dada por u_{rk} , e das usinas que estão a montante, dadas por u_{mk} . O valor 0,0036 é o fator de conversão de m^3/s para Hm^3 , o termo M_r representa o conjunto de usinas à montante do reservatório r e δ_k denota a duração do período k em horas.

$$v_{rk} = v_{r(k-1)} + 0,0036 \cdot \delta_k \left(\Psi_{rk} - u_{rk} + \sum_{m \in M_r} u_{mk} \right), \quad \forall r \in R, k \in K : k \neq 1. \quad (4)$$

Para o balanço hidráulico do primeiro período, substitui-se o termo $v_{r(k-1)}$ pelo volume inicial V_r^0 de cada usina, conforme a Restrição (05).

$$v_{r1} = V_r^0 + 0,0036 \cdot \delta_k \left(\Psi_{r1} - u_{r1} + \sum_{m \in M_r} u_{m1} \right), \forall r \in R. \quad (5)$$

A Restrição (6) estabelece que o volume no último período $|K|$ deve ser igual ou maior que a meta V_r^F , enquanto a Restrição (7) estabelece os limites de volume mínimo, \underline{V}_r , e máximo, \overline{V}_r .

$$v_{r|K|\omega} \geq V_r^F, \forall r \in R. \quad (6)$$

$$\underline{V}_r \leq v_{rk} \leq \overline{V}_r, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (7)$$

C. Representação da altura de queda

A altura de queda h_{rk} em uma usina hidrelétrica é calculada como a diferença entre as cotas de montante h_{rk}^m e jusante h_{rk}^j do reservatório, descontando-se uma parcela de perdas h_{rk}^p , conforme representado pela Restrição (8).

$$h_{rk} = h_{rk}^m - h_{rk}^j - h_{rk}^p, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (8)$$

No Brasil, as cotas de montante e jusante são descritas através da combinação por partes de curvas geradas por polinômios de grau 4. Já a altura de perdas é representada como uma função da turbinagem, podendo ser constante, linear ou quadrática, dependendo da usina.

No modelo não-linear as cotas de montante e jusante e a altura de perdas foram aproximadas através de funções do segundo grau, dependentes do volume, defluência e turbinagem, respectivamente, conforme as Restrições de (9) à (11).

$$h_{rk}^m = A_r^0 + A_r^1 v_{rk} + A_r^2 (v_{rk})^2, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (9)$$

$$h_{rk}^j = B_r^0 + B_r^1 u_{rk} + B_r^2 (u_{rk})^2, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (10)$$

$$h_{rk}^p = C_r^0 + C_r^1 q_{rk} + C_r^2 (q_{rk})^2, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (11)$$

Nas Figuras 1 e 2 são apresentadas as aproximações de ordem 2 para os polinômios das cotas de montante e jusante da Usina de Marimbondo, onde as linhas contínuas são as curvas reais da usina, obtidas a partir dos dados disponíveis no *software* HydroData [5], e as linhas tracejadas são as curvas aproximadas. São apresentados também a função de ordem 2 resultante e o coeficiente de correlação R^2 . Para o caso das cotas de jusante, nas usinas onde ocorrem múltiplas curvas, foi escolhida a curva intermediária.

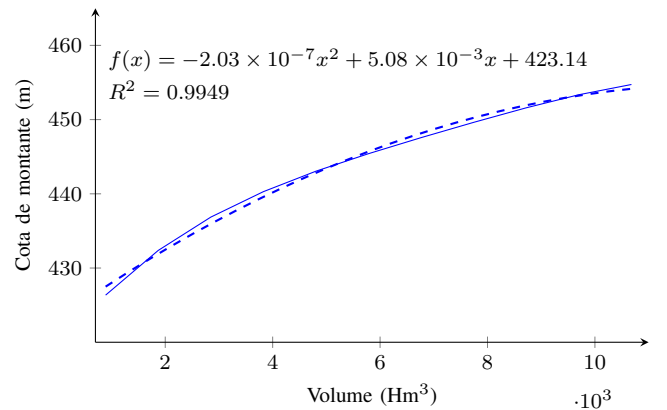


Fig. 1. Aproximação do polinômio de cota de montante da usina hidrelétrica de Marimbondo.

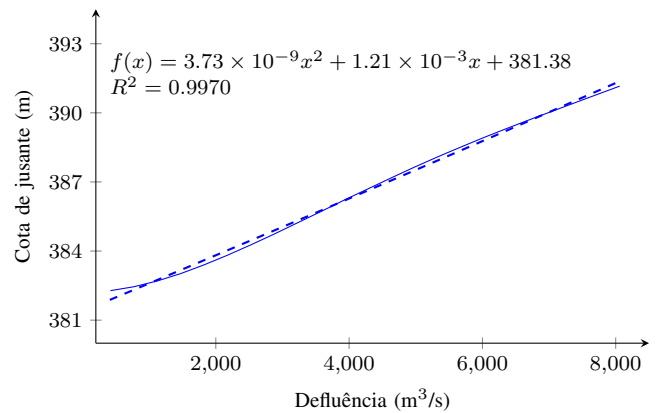


Fig. 2. Aproximação do polinômio de cota de jusante da usina hidrelétrica de Marimbondo.

D. A função de produção

A geração de energia em uma usina hidrelétrica é descrita pela Equação (12), onde κ são as constantes de conversão apropriadas, η é o rendimento do par turbina-gerador, h é a altura de queda líquida e q é a turbinagem.

$$p = \kappa\eta hq. \quad (12)$$

Adotando um rendimento η constante e agregando as unidades para obter uma modelagem por usina, obtêm-se a função de produção não-linear descrita pela Restrição (13), onde K_r é a produtividade do reservatório.

$$p_{rk}^h = K_r h_{rk} q_{rk}, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (13)$$

E. Os limites de potência e turbinagem

A altura de queda influencia nos limites de potência e turbinagem das hidrelétricas, gerando curvas divididas em duas partes, as regiões de limitação pelo funcionamento da turbina e do gerador elétrico. Os gráficos dos limites de potência e turbinagem da Furnas, traçadas a partir dos dados disponíveis no *software* HydroData [5], são apresentados nas Figuras 3 e 4, respectivamente.

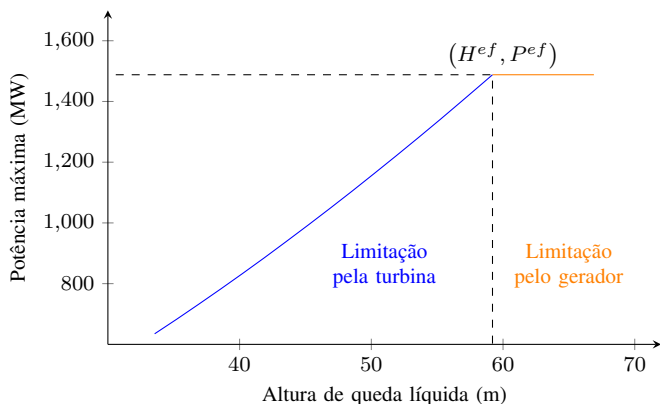


Fig. 3. Influência da altura de queda nos limites de potência para a usina de Furnas.

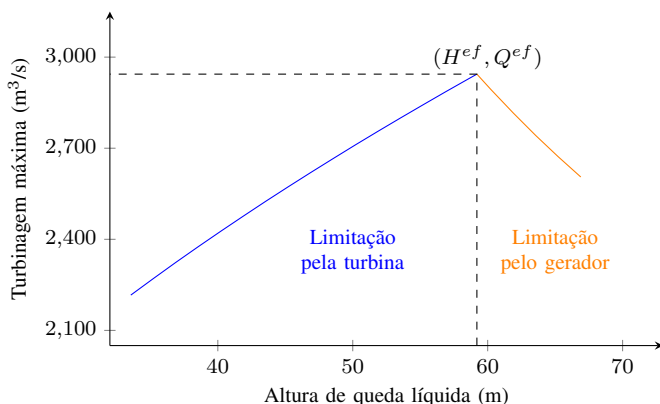


Fig. 4. Influência da altura de queda nos limites de turbinagem para a usina de Furnas.

Para o modelo não-linear, as curvas foram aproximadas utilizando-se as Restrições de (14) à (17). Exceto para a limitação de potência do gerador, que é constante e representada pela Restrição (15), as demais são modeladas por funções de grau 2.

$$p_{rk}^h \leq E_r^2 (h_{rk})^2 + E_r^1 h_{rk} + E_r^0, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (14)$$

$$p_{rk}^h \leq \overline{P}_r^h, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (15)$$

$$q_{rk} \leq F_r^2 (h_{rk})^2 + F_r^1 h_{rk} + F_r^0, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (16)$$

$$q_{rk} \leq G_r^2 (h_{rk})^2 + G_r^1 h_{rk} + G_r^0, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (17)$$

Dessa forma, o modelo não-linear de planejamento energético de longo prazo utilizado neste artigo é formado pela Função Objetivo (1) e as Restrições (2) à (11) e (13) à (17).

III. MODELO COM ALTURA CONSTANTE

Se a altura de queda for aproximada como constante, usualmente com o valor de queda efetivo H^{ef} , os limites representados nas Figuras 3 e 4 são fixados no ponto de inflexão das curvas. Dessa forma, utiliza-se apenas a Restrição (15) para representar o potência da usina, enquanto o limite de turbinagem, \overline{Q}_r , é definido conforme a Restrição (18).

$$q_{rk} \leq \overline{Q}_r, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (18)$$

As Restrições de (8) à (11) deixam de fazer parte do modelo, e a função de produção descrita na Restrição (13) torna-se uma função linear da turbinagem, conforme descrito pela Restrição (19)

$$p_{rk}^r = K_r H^{ef} f_r q_{rk}, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (19)$$

Dessa forma, o modelo de planejamento energético com altura constante utilizado neste artigo, denominado ao longo do texto apenas como “modelo constante”, é composto pela Função Objetivo (1) e as Restrições (2) à (7), (15), (18) e (19).

IV. MODELO COM REPRESENTAÇÃO LINEAR DA ALTURA DE QUEDA LÍQUIDA

No modelo com representação linear da altura de queda proposto neste artigo foi utilizada uma aproximação de primeira ordem para os polinômios das cotas de montante e jusante, bem como para a altura de perdas, fazendo com que as Restrições (9), (10) e (11) sejam substituídas pelas Restrições (20), (21) e (22), respectivamente.

$$h_{rk}^m = A_r^0 + A_r^1 v_{rk}, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (20)$$

$$h_{rk}^j = B_r^0 + B_r^1 u_{rk}, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (21)$$

$$h_{rk}^p = C_r^0 + C_r^1 q_{rk}, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (22)$$

A influência da altura de queda nos limites de potência e turbinagem também foram aproximados por funções de primeira ordem, resultando na substituição das Restrições (14), (16) e (17) pelas Restrições (23), (24) e (25), respectivamente. No caso da Restrição (15) isso não é necessário, por já ser naturalmente linear.

$$p_{rk}^h \leq E_r^1 h_{rk} + E_r^0, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (23)$$

$$q_{rk} \leq F_r^1 h_{rk} + F_r^0, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (24)$$

$$q_{rk} \leq G_r^1 h_{rk} + G_r^0, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (25)$$

A. A função de produção

A função de produção, descrita pela Restrição (13), foi modelada através da técnica quadridimensional apresentada em [4]. A proposta é substituir a função de produção por um conjunto de planos lineares, conforme representado pela Restrição (26).

$$p_{rk}^h = \alpha_r (\gamma_r^0 + \gamma_r^v v_{rk} + \gamma_r^q q_{rk}) + \gamma_r^s s_{rk}, \quad \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (26)$$

A técnica constrói uma caixa convexa que aproxima a função de produção superiormente. Dessa forma, para evitar aproximações excessivamente otimistas, utiliza-se o parâmetro α_r , que é obtido através da minimização do erro médio quadrático da caixa convexa em relação à função não-linear original. Já o termo $\gamma_r^s s_{rk}$ é utilizado para representar a influência do vertimento na produção de energia, através de uma aproximação secante.

Dessa forma, o modelo com representação linear proposto neste artigo é composto pela Função Objetivo (1) e as Restrições (2) à (8), (15) e (20) à (26).

V. TESTES E RESULTADOS

Como sistema de teste foi utilizado uma cascata com quinze usinas hidrelétricas interligadas conforme a Figura 5. Considerou-se um horizonte de planejamento de 5 anos com discretização diária.

Para permitir maior enfoque na influência da modelagem da altura de queda, considerou-se uma demanda de 7 kW/h constante ao longo de todo o período. Pelo mesmo motivo, a afluência lateral foi representada de forma determinística, com valores diários gerados a partir de um polinômio de grau 20, calibrado com os valores mensais dos anos de 2017 à 2021.

A afluência e os dados hidráulicos das usinas foram retirados do *software* HydroData [5], procedendo-se com as aproximações descritas as Seções II e IV. Considerou-se que todos os reservatórios possuíam 50% de volume armazenado no início do planejamento. Para as usinas com reservatório, foi estabelecida uma meta de volume final também de 50%.

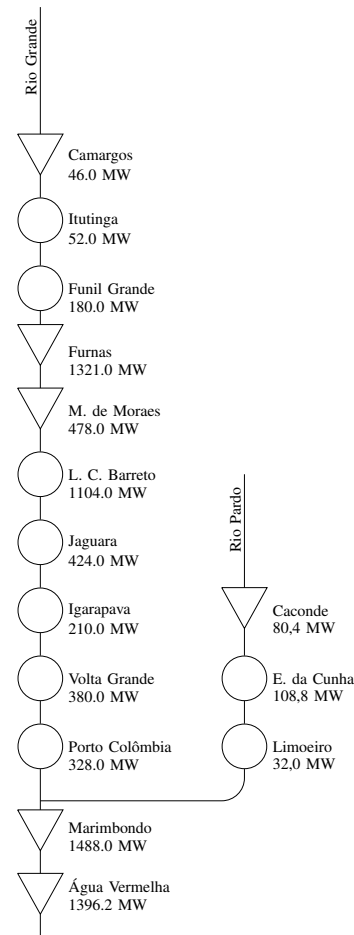


Fig. 5. Cascata utilizada como sistema de teste.

A geração termelétrica foi representada de forma agregada, sem limitação de despacho mínimo e máximo, com coeficientes $A = 0.003998$ u.m./Mh² e $B = 45.9915$ u.m./MWh.

A. Caso base

Para o caso base buscou-se representar uma situação normal de geração, utilizando os valores de afluência diários calculados como dados de entrada nos três modelos.

As curvas de geração termelétrica previstas pelos três modelos são apresentadas na Figura 6. Percebe-se que o modelo com altura de queda constante possui uma geração termelétrica também constante, uma vez que a demanda é fixa. Já o modelo não-linear apresenta um comportamento decrescente, gerando mais energia que o modelo constante nos primeiros 678 dias do planejamento, para permanecer em patamares mais baixos até o dia 1818, o que resulta em uma quantidade menor de energia termelétrica gerada ao longo do horizonte como um todo. Finalmente, o modelo linear segue o mesmo comportamento que o não-linear, ainda que de forma menos drástica.

Como o objetivo dos modelos de planejamento analisados é minimizar a geração termelétrica, os preços da energia seguem o mesmo comportamento das curvas de geração termelétrica, conforme ilustrado pela Figura 7.

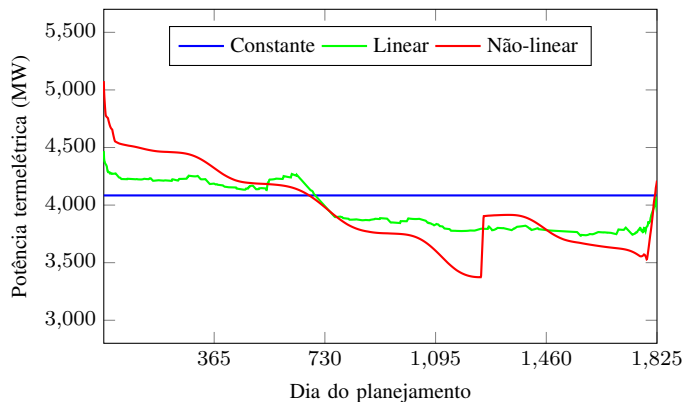


Fig. 6. Geração termelétrica nos três modelos.

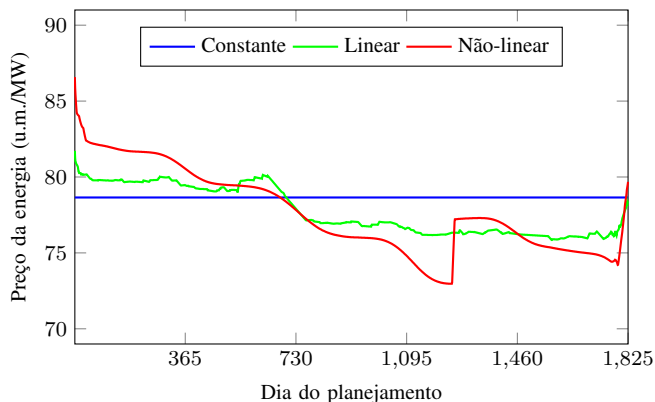


Fig. 7. Preço da energia nos três modelos.

Na Figura 8 são apresentadas as curvas de geração hidrelétrica das três abordagens. Os modelos linear e não-linear geram menos energia hidrelétrica no início do planejamento, aumentando a participação dessa fonte ao longo do tempo, o que resulta em maior quantidade de energia gerada quando considera-se o horizonte como um todo.

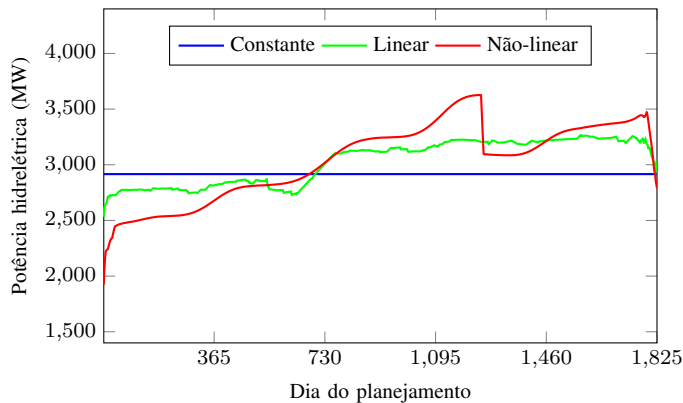


Fig. 8. Geração hidrelétrica nos três modelos.

O comportamento dos modelos linear e não-linear é explicado pelas curvas de volume apresentadas na Figura 9, onde

percebe-se a tendência dos dois modelos de armazenar uma maior quantidade de água nos reservatórios. Esse comportamento é condizente com o encontrado na referência [3] para um modelo com simulação hidráulica não-linear.

Esse comportamento pode ser interpretado como visando o aumento da altura de queda líquida dos reservatórios, o que permite às usinas operarem na região à direita do ponto efetivo nas curvas das Figuras 3 e 4, gerando energia com uma turbinagem menor.

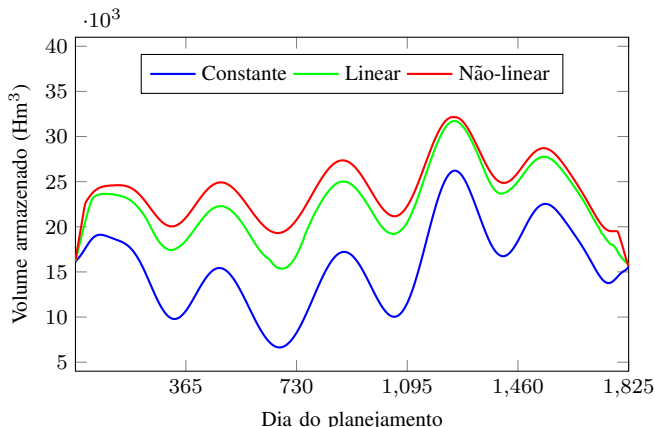


Fig. 9. Volume armazenado nos três modelos.

O custo total resultantes dos três modelos, o tempo de processamento e a quantidade de iterações são apresentados na Tabela I. Os modelos foram resolvidos no *software* GAMS versão 24.7.4 com o *solver* IPOPT, em um computador com processador Intel Core i7-4790 de 3.60GHz com 16 Gb de memória RAM e sistema operacional Windows 10.

TABLE I
 DADOS DAS TRÊS MODELOS.

	Custo total (u.m.)	Tempo total (s)	Número de iterações
Constante	11.147.226.750,26	266,53	28
Linear	10.766.722.959,10	341,22	85
Não-linear	10.747.042.627,04	7.938,83	2.595

Os valores de custo total dos modelos linear e não-linear são semelhantes, apresentando uma redução de 3,41% e 3,59% em relação ao modelo constante, respectivamente. Já o tempo de processamento do modelo linear é 28,02% superior ao do modelo constante, enquanto para o modelo não-linear essa diferença é de 2.878,59%, conforme corroborado pelo número de iterações necessárias.

B. Casos de seca e cheia

Para verificar o comportamento obtido em condições diversas de afluência, foram consideradas uma situação de seca e uma de cheia, onde as afluências laterais reduzidas e aumentadas em 30%, respectivamente.

Os custos totais obtidos pelos modelos para os casos de seca, base e cheia são compilados na Figura 10, onde percebe-se que os comportamentos para os casos de seca e cheia

seguem o mesmo padrão dos caso base, com os valores dos modelos linear e não-linear próximos, ambos inferiores ao custo do modelo com altura constante.

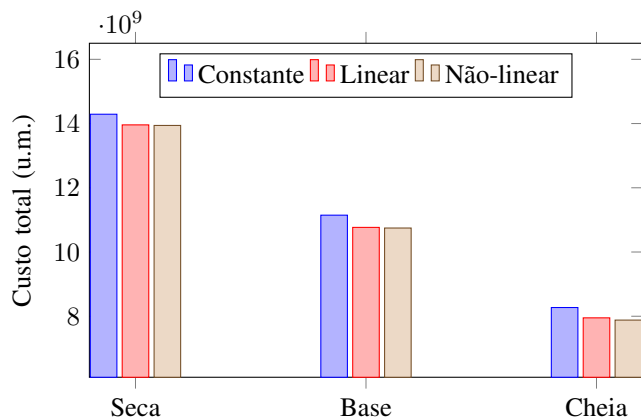


Fig. 10. Custos totais para os casos de cheia, base e seca.

Os tempos computacionais obtidos na resolução dos modelos para os três casos testados são apresentados na Figura 11, onde nota-se que os tempos computacionais para o modelo não-linear são significativamente superiores aos modelos constante e linear para todas as situações de afluência testadas.

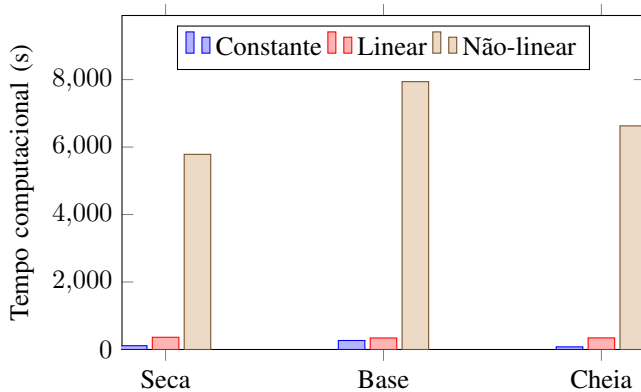


Fig. 11. Tempo computacional para os casos de cheia, base e seca.

VI. CONCLUSÕES

A representação dos aspectos hidráulicos nos modelos de planejamento energético exige uma relação de compromisso entre a fidelidade ao fenômeno real e um custo computacional razoável. O objetivo deste trabalho foi analisar o impacto da modelagem a variação da altura de queda no planejamento de longo prazo, utilizando como referência um modelo não-linear.

Nota-se que a solução proposta pelo modelo não-linear difere daquela obtida quando considera-se a altura de queda constante, levando a uma política operativa que é, simultaneamente, mais eficiente e segura, mantendo um volume armazenado maior ao longo do horizonte de planejamento. Por outro lado, o custo computacional da representação não-linear é significativo, como pode ser percebido pela diferença nos tempos computacionais obtidos durante os testes.

Para buscar uma solução de compromisso intermediária, foi proposto um modelo linear, que representa os efeitos da variação de altura de queda líquida através de aproximações lineares e a função de produção utilizando a técnica de modelagem quadrimensional.

Os resultados obtidos pelo modelo linear proposto possuem a mesma tendência de comportamento percebida no modelo não-linear, buscando aumentar o volume armazenado para operar de forma mais eficiente no longo prazo. Entretanto, nessa abordagem tal comportamento é obtido com um custo computacional inferior, resultando em tempos computacionais da mesma ordem de grandeza que aqueles apresentados pela abordagem com altura constante.

Dessa forma, acredita-se que a abordagem linear apresentada neste trabalho represente um objeto de estudo promissor para as pesquisas sobre o planejamento energético, sendo necessário validar os resultados obtidos em sistemas de testes de grande porte e com abordagens que considerem a estocasticidade das vazões afluentes.

VII. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a HydroByte por fornecer acesso gratuito ao *software* HydroData XP.

REFERENCES

- [1] A. Navarro, M. Favareau, A. Lorca, D. Olivares, e M. Negrete-Pincetic. Medium-term stochastic hydrothermal scheduling with short-term operational effects for large-scale power and water networks. *Applied Energy*, v. 358, p. 122554, 15 mar. 2024.
- [2] T. N. Santos, A. L. Diniz, C. H. Saboia, R. N. Cabral e L. F. Cerqueira. Hourly pricing and day-ahead dispatch setting in Brazil: The dessem model. *Electric Power Systems Research*, v. 189, p. 106709, 1 dez. 2020.
- [3] M. Zambelli, A. E. Toscano, S. Soares Filho e E. S. D. da Silva Filho. NEWAVE versus ODIN: comparison of stochastic and deterministic models for the long term hydropower scheduling of the interconnected brazilian system. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, v. 22, p. 598–609, dez. 2011.
- [4] A. L. Diniz e M. E. P. Maceira, “A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, n° 3, p. 1298–1308. August 2008.
- [5] HydroByte Software. “HydroData XP”. Acesso em 12 de julho de 2023. Disponível em: <https://hydrobyte.com.br/site/pt-br/hydrodata-xp>.